

**Grundlagen der technischen Informatik**  
**Grundlagen digitaler Systeme**

Übungsblatt Nr. 7

23.11.1999

**Abgabetermin: 30.11.1999 16:45 Uhr**

**Aufgabe 29**

Beweisen Sie, daß die Klasse  $K_1$  prävollständig ist!

**Aufgabe 30**

Ist  $f(x_1, x_2, x_3) = 1 \oplus x_1x_2x_3 \oplus x_2 \oplus x_3$  eine Sheffer-Funktion? (Begründung!)

**Aufgabe 31**

Für jede Boolesche Funktion  $f = f(x_1, \dots, x_n)$  gilt  $\frac{df}{dx_i} = f \oplus f_{x_i := \bar{x}_i}$ .

a)  $f$  und  $g$  seien zwei  $n$ -stellige Boolesche Funktionen. Zeigen Sie, daß dann folgendes gilt:

$$\frac{d(f \wedge g)}{dx_1} = f \frac{dg}{dx_1} \oplus g \frac{df}{dx_1} \oplus \frac{df}{dx_1} \frac{dg}{dx_1}$$

b) Berechnen Sie  $\frac{df}{dx_1}$ ,  $\frac{d^2f}{dx_1 dx_2}$  und  $\frac{d^3f}{dx_1 dx_2 dx_3}$  für  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 \vee x_1x_3 \vee x_2x_3$ .

**Aufgabe 32**

Die Funktionen  $\wedge$ ,  $\vee$  und  $\bar{\phantom{x}}$  können auf der Menge  $\{0, 1\}$  als logisches „Und“, „Oder“ bzw. „Nicht“ interpretiert werden, wenn wir 0 = „Falsch“ und 1 = „Wahr“ setzen.

- Verallgemeinern Sie diese Funktionen auf die dreielementige Menge  $\{0, 1, u\}$  (Wertetabelle), wobei  $u$  als „Unbekannt“ zu interpretieren ist!
- Untersuchen Sie, ob die Gesetze  $x \wedge y = \overline{\bar{x} \vee \bar{y}}$  und  $x \vee \bar{x} = 1$  bei dieser Verallgemeinerung immer noch gelten!
- Kann man aus diesen drei Funktionen alle Funktionen auf der Grundmenge  $\{0, 1, u\}$  erzeugen? (Begründung!)

**Aufgabe 33**

Finden Sie für die Funktion  $f(x_0, x_1, y_0) := \begin{cases} x_0 & \text{wenn } y_0 = 0 \\ x_1 & \text{wenn } y_0 = 1 \end{cases}$  eine (einfache!) DNF und geben Sie ein dazugehöriges (so weit wie möglich vereinfachtes!) Schaltbild an!