

# A U F G A B E N “A N A L Y S I S”

## 11. Vorlesung

11.1 Zeigen Sie, mit Hilfe der “ $\epsilon$ - $\delta$ ”-Sprache, daß die Funktion  $\sqrt{x}$ ,  $x \geq 0$ , stetig bei  $x_0 = 5$  ist.

11.2 Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit:

11.2.1  $f(x) = |x|$ ,  $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$ ,

11.2.2  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & x \neq 2 \\ a, & x = 2, \end{cases}$ ,  
 $a \in \mathbb{R}$ .

11.2.3  $f(x) = \begin{cases} \left| \frac{\sin(x)}{x} \right|, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ ,

11.2.4  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{|x|}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ ,

11.2.5  $f(x) = \begin{cases} \sin(1/x), & x \neq 0, \\ a, & x = 0 \end{cases}$ ,  
 $a \in \mathbb{R}$ ,

11.3 Finden Sie die Unstetigkeitsstellen der folgenden Funktionen:

11.3.1  $f(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,

11.3.2  $f(x) = \frac{1+x}{1+x^3}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,

11.3.3  $f(x) = \arctan(1/x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,

11.3.4  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^3-3x+1}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

11.4 Es sei  $f$ ,  $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$ , eine stetige Funktion. Zeigen Sie, daß auch  $F(x) := |f(x)|$ ,  $\text{dom}(F) = \mathbb{R}$ , eine stetige Funktion ist.

11.5 Entscheiden Sie, ob die folgenden Funktionen gleichmäßig stetig sind:

11.5.1  $f(x) = \frac{x}{4-x^2}$ ,  $\text{dom}(f) = [-1, 1]$ ,

11.5.2  $f(x) = \ln(x)$ ,  $\text{dom}(f) = (0, 1)$ ,

11.5.3  $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ ,  $\text{dom}(f) = (0, \pi)$ ,

11.5.4  $f(x) = e^x \cos(1/x)$ ,  $\text{dom}(f) = (0, 1)$ ,

11.5.5  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $\text{dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$ .