

# A U F G A B E N “A N A L Y S I S”

## 12. Vorlesung

12.1 Finden Sie die folgenden Ableitungen:

12.1.1  $f'(1), f'(2), f'(3)$  für die Funktion  $f(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3, x \in \mathbb{R}$ ,

12.1.2  $f'(2)$  für die Funktion  $f(x) = x^2 \sin(x-2), x \in \mathbb{R}$ .

12.2 Bestimmen Sie die Ableitungen nach  $x$  der folgenden Funktionen:

12.2.1  $f(x) = a^5 + 5a^3x^2 - x^5, x \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}$ ,

12.2.2  $f(x) = \frac{ax+b}{a+b}, x, a, b \in \mathbb{R}$ ,

12.2.3  $f(x) = (x \sin(\alpha) + \cos(\alpha))(x \cos(\alpha) - \sin(\alpha)), x, \alpha \in \mathbb{R}$ ,

12.2.4  $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}, x \geq 0$ ,

12.2.5  $f(x) = \tan(x) - \frac{1}{3} \tan^3(x) + \frac{1}{5} \tan^5(x), x \in \mathbb{R}$ ,

12.2.6  $f(x) = e^x(1 + \cot(x/2)), x \in \mathbb{R}$ ,

12.2.7  $f(x) = \ln(\ln(\ln(x))), x \geq 0$ ,

12.2.8  $f(x) = e^x + e^{(e^x)} + e^{(ee^x)}, x \in \mathbb{R}$ .

12.3 Es sei  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq x_0 \\ ax + b & x > x_0 \end{cases}, a, b \in \mathbb{R}$ . Wie müssen die Koeffizienten  $a$  und  $b$  gewählt werden, damit die Funktion  $f$  in  $x_0$  differenzierbar ist?

12.4 Ist die Funktion  $f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ \ln(1+x) & x \geq 0 \end{cases}$  differenzierbar für jedes  $x \in \mathbb{R}$ ?

12.5 Man bestimme die Ableitung der folgenden Funktionen:

- 12.5.1  $f(x) = \frac{2x}{1-x^2},$
- 12.5.2  $f(x) = \frac{1+x-x^2}{1-x+x^2},$
- 12.5.3  $f(x) = \frac{x}{(1-x)^2(1+x)^3},$
- 12.5.4  $f(x) = \frac{(2-x^2)(3-x^3)}{(1-x)^2},$
- 12.5.5  $f(x) = \frac{(1-x)^p}{(1+x)^p}, p \in \mathbb{R},$
- 12.5.6  $f(x) = (1+x)\sqrt{2+x^2}\sqrt[3]{3+x^3},$
- 12.5.7  $f(x) = \sqrt[m+n]{(1-x)^m(1+x)^n},$
- 12.5.8  $f(x) = \sin^n(x) \cos(nx), n \in \mathbb{N},$
- 12.5.9  $f(x) = \ln(\tan(x/2)).$