A U F G A B E N "A N A L Y S I S"

6. Vorlesung

6.1 Man zeige durch vollständige Induktion, daß

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{n}{2n+1}, \qquad n \in \mathbb{N}, \tag{1}$$

$$a_k = \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}, \tag{2}$$

und beweise damit die Konvergenz der Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$.

6.2 Man zeige, daß die harmonische Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$ divergent ist.

6.3 Man zeige, daß die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(7+\frac{1}{k}\right)^k}{7^{k+1}}$ divergent ist.

6.4 Man zeige, daß die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k+3^k}{4^k+5^k}$ konvergent ist.

6.5 Man beweise die Konvergenz oder Divergenz der Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ für

$$a_k = \frac{1}{\sqrt{k^2+1}}, \qquad k \in \mathbb{N}, \tag{3}$$

$$a_k = \frac{1}{\sqrt{k^4+1}}, \qquad k \in \mathbb{N}. \tag{4}$$

6.6 Man zeige die Konvergenz der alternierenden harmonischen Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k}$.

6.7 Man bestimme den Konvergenzradius der Potenzreihen

$$\sum_{k=3}^{\infty} \frac{2k^3}{k^2-4} x^k, \qquad x \in \mathbb{R}, \tag{5}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+1}{2k^2+k} x^k, \qquad x \in \mathbb{R}. \tag{6}$$