Übungsaufgaben zur Vorlesung
Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

10.1.2001

Regelung: Bei jedem Studenten werden Übungsaufgaben nur alle zwei Wochen gewertet. Diese Übungsaufgaben werden nur von den Studenten mit den Anfangsbuchstaben A bis K beim Nachnamen gewertet. Für die Studenten mit den Anfangsbuchstaben L bis Z beim Nachnamen werden die nächsten Übungsaufgaben gewertet.

Empfehlung: Alle Studenten sollen diese Aufgaben rechnen.

1. Es seien $Y_1, ..., Y_n$ unabhängige, binomialverteilte Zufallsgrößen:$Y_i \sim \mathsf{B}(1, \vartheta)$.
   - Bestimmen Sie eine Maximum-Likelihood-Schätzung $\hat{\vartheta}$ für ϑ, wenn die Beobachtungen y_i als Realisierungen der Y_i gegeben sind.
   - Bestimmen Sie den Erwartungswert, die Varianz und den MSE von $\hat{\vartheta}$.
   - Es sei $y = (y_1, ..., y_n)$, $T(y) = y_1$, $\tilde{T}(y) = \hat{\vartheta}(y)$. Die beiden Schätzungen $T, \tilde{T}$ sind Schätzungen für ϑ. Vergleichen Sie beide Schätzungen anhand des MSE. Welche der Schätzungen würde man benutzen? Warum?
2. Gegeben seien die Werte $y_1, ..., y_{10}$ als Realisierungen von unabhängigen, identisch verteilten Zufallsgrößen $Y_1, ..., Y_{10}$. Die Dichte von Y_i sei

   $$f_\vartheta(y_i) = \frac{1}{2}\,\mathrm{e}^{-|y_i - \vartheta|}, \quad y_i \in \mathbb{R},$$

   d.h. Y_i ist exponentiell verteilt mit dem Parameter ϑ. Bestimmen Sie die MLS für ϑ. Stimmt diese mit dem arithmetischen Mittel überein?